

Un coronographe interférentiel achromatique coaxial

Jean Gay^a, François Fressin^a, Jean-Pierre Rivet^{a,1}, Yves Rabbia^b, Christophe Buisset^b

^aObservatoire de la Côte d'Azur, B.P. 4229, 06304 Nice cedex 4, France

^bObservatoire de la Côte d'Azur, Avenue Nicolas Copernic 06130 Grasse, France

Reçu le 20 juillet 2005 ; accepté le 1^{er} décembre 2005

Disponible sur Internet le 5 janvier 2006

présenté par Pierre Encrenaz

Résumé

Dans le but de parvenir à l'imagerie à haute dynamique d'objets comme les exoplanètes, nous présentons ici un nouveau concept de coronographe stellaire interférentiel, le "CIAXE". Il est dérivé du "CIA", le Coronographe Interférentiel Achromatique [3,4]. Le CIAXE se distingue de son prédécesseur par une combinaison optique originale, simplifiée, très compacte et totalement coaxiale. En effet, à la différence du CIA classique qui est dérivé de l'interféromètre de Michelson, le CIAXE délivre son faisceau de sortie sur le même axe que le faisceau d'entrée, ce qui facilitera grandement son insertion au sein de l'instrumentation focale d'un télescope. Un tel dispositif pourrait constituer une avancée en matière d'instrumentation focale pour la recherche d'exoplanètes. *Pour citer cet article : J. Gay et al, C. R. Physique 6 (2005).*

Abstract

On-axis achromatic interfero-coronagraph. We present a new type of stellar interfero-coronagraph, the "CIAXE", which is a variant of the "AIC", the Achromatic Interfero-Coronagraph [3,4]. The CIAXE is characterized by a very simple, compact and fully coaxial optical combination. Indeed, contrarily to the classical AIC which has a Michelson interferometer structure, the CIAXE delivers its output beam on the same axis as the input beam. This will ease its insertion in the focal instrumentation of existing telescopes or next generation ones. Such a device could be a step forward in the field of instrumental search for exoplanets. *To cite this article: J. Gay et al, C. R. Physique 6 (2005).*

Key words: Stellar coronagraphy ; Exoplanets; High dynamics imaging

Mots-clés : Coronographie stellaire ; Exo-planètes; Imagerie à haute dynamique

Abridged English version

Email address: Jean-Pierre.Rivet@obs-nice.fr (Jean-Pierre Rivet).

¹ Corresponding author

The detection of faint objects (like exoplanets or protoplanetary disks) near bright astrophysical sources requires astronomical instruments with both a high angular resolution and a high dynamical photometric range. An efficient solution to achieve high dynamics imaging is to use a stellar coronagraph. Such devices are intended to reject most of the light from the bright source on-axis, in order to make a faint off-axis source detectable. This concept has been first introduced in 1931 by B. Lyot, to observe the solar corona. Since, several stellar coronagraphs have been proposed, such as the phase mask coronagraph [1], or the sectorized mask coronagraph [2].

In 1996, J. Gay and Y. Rabbia [3,4] have introduced a new concept of stellar coronagraph, the AIC (Achromatic Interfero-Coronagraph), involving interferential rejection by amplitude division. It was based on a Michelson interferometer structure, but with one of its arms replaced by a “cat’s eye”. The latter has the property of reversing the pupil and provides an achromatic π phase shift by focus crossing [5,6]. The beam splitter of the Michelson structure separates the incoming parallel light beam into two beams. One of them travels along the “active” arm of the interferometer (the one with the cat’s eye) and the other travels along the “passive” one (with flat mirrors only). The first beam undergoes a pupil reversal and π phase shift, whereas the second does not. So, when they recombine, the light coming from an object lying on the axis (thus invariant by pupil reversal), is rejected by destructive interference. With a perfect input wavefront and perfect optical components, the rejection rate would be infinite. Besides, the light from an off-axis object is *not* invariant by pupil reversal and thus does *not* vanish by interference.

The standard AIC itself was an assembly of ten optical components. In addition, due to its Michelson-like structure, the output beam of the AIC is delivered at right angle from the input beam. This requires extra optical components for a proper insertion in an existing (coaxial) optical train. To circumvent this problem, a fully on-axis version has been designed. It lies upon the same principle as the AIC, but involves only two coaxial thick lenses machined in the same optical material. A thin, regular and carefully calibrated air gap between the two lenses acts as a beam splitter. Both lenses must have equal thickness e , in order to guarantee a zero optical paths difference within the interferometer.

The optical combination is described in figure 1. The beam-splitter surface M_2 between the two thick lenses is drawn as a single thick dashed line, albeit it involves actually two surfaces with equal curvature radii R_2 , separated by a thin spacer ring. The surfaces M_1 and M_3 are coated so as to be fully reflecting, except for small circular areas surrounding S_1 and S_3 . These areas act as input and output field stops.

The CIAXE must be fitted in the focal plane of a telescope, so that the incident beam coming from an on-axis source converge onto S_1 , at the center of the input aperture. Then, it reaches the beam splitter M_2 . It is divided into a reflected beam “A” (thin dashed lines on Figure 1) and a transmitted beam “B” (thin dotted lines on Figure 1). The reflected beam A reaches M_1 , where it is reflected again so as to converge onto S_3 (through M_2). The transmitted beam B reaches M_3 where it is reflected so as to converge onto a real “focus” F , then reaches back M_2 , which reflects it, so as to make it converge onto S_3 at the center of the output aperture. Beam B crosses the real focal point (F) and thus undergoes a π phase shift and a pupil reversal, whereas Beam A does not. Provided the optical lengths be equal, both beams converging onto S_3 vanish by destructive interferences. So, the light of an on-axis object is completely rejected at the output, at least for a perfect device and a perfect input wavefront, in the limit of low incidence angles.

Secondary beams that are reflected/transmitted several times by M_2 do exist, but it can be shown that they merely send the energy of an on-axis source back to the input.

The optical combination which fulfills all the required constraints is unique (up to a symmetry and a scaling factor) and displays a range of noticeable optical properties.

Within the limit of vanishing numerical aperture of the input beam (or with correct spherical aberration rejection), the performances are expected to be identical to those of the original AIC [4]. This device combines the advantages of the original AIC with the advantages of a fully coaxial, compact and phase-locked device. It is thus a potential candidate for exoplanets research from ground-based or space-based telescopes.

1. Introduction

L’étude par imagerie d’objets astronomiques ténus au voisinage d’objets très brillants (par exemple une exoplanète, une naine brune, un disque d’accrétion ou un disque proto-planétaire) nécessite des moyens d’observation qui combinent la haute résolution angulaire, et la haute dynamique photométrique. Une méthode prometteuse pour obtenir cette haute dynamique est d’avoir recours à un coronographe stellaire. Le terme “coronographe” est employé ici par analogie avec le coronographe solaire conçu par Bernard Lyot en 1931 pour observer la

couronne solaire. Depuis, plusieurs types de coronographes stellaires ont été imaginés. Ce genre d'instrument focal s'intercale entre le télescope collecteur de lumière et la camera d'imagerie. Il atténue fortement la lumière de la source très lumineuse (étoile) située au centre du champ, pour rendre la lumière ténue du compagnon plus facilement détectable. Citons par exemple le coronographe à masque de phase de C. et F. Roddier [1], ou le coronographe à quatre quadrants de D. Rouan *et al.* [2].

En 1996, J. Gay et Y. Rabbia [3,4] ont introduit un nouveau concept de coronographe stellaire : le CIA (Coronographe Interférentiel Achromatique), qui assure l'atténuation de l'objet central par des interférences destructives après division de flux. Il se distingue des autres modèles de coronographes par le fait qu'il est achromatique et qu'il n'introduit pas de discontinuité dans les surfaces d'onde (il procède par division de flux, et non par division de front d'onde). Il possède une configuration dérivée de l'interféromètre de Michelson, à ceci près que l'un des bras comporte un dispositif en "œil de chat". Ce dernier a la propriété d'effectuer une symétrie centrale sur la pupille, et un déphasage achromatique de π de l'amplitude (cette propriété de déphasage de π pour un faisceau lumineux qui traverse un point focal réel est bien connue depuis le *XIX*^e siècle ; voir par exemple les travaux de L.G. Gouy (1890) [5] ou le livre de Born et Wolf [6]). La séparatrice de l'interféromètre divise le faisceau parallèle d'entrée en deux faisceaux d'intensités égales (idéalement). L'un de ces faisceaux emprunte le bras "actif" de l'interféromètre (celui comportant l'œil de chat), et le second emprunte le bras "passif" (ne comportant que des miroirs plans). Le premier faisceau subit donc une symétrie centrale de sa pupille et un déphasage achromatique de π , ce qui ne se produit pas pour le second. De ce fait, lorsque les deux faisceaux se recombinent, la lumière d'un objet non résolu situé sur l'axe optique (donc invariant par l'opération de symétrie centrale) est fortement atténuée par interférence destructive. Avec un front d'onde incident parfaitement plan et une optique parfaite, la réjection de la lumière incidente d'un objet sur l'axe serait totale. En revanche, pour un objet situé hors-axe, donc non-invariant par l'opération de symétrie centrale, l'annulation interférométrique ne se produit pas.

Le CIA "classique" est lui-même un assemblage de 10 composants optiques. De plus, à cause de sa structure héritée de l'interféromètre de Michelson, il délivre son faisceau de sortie à angle droit par rapport à son faisceau d'entrée, ce qui impose l'introduction d'une optique d'adaptation externe pour l'insertion d'un CIA dans le train optique (habituellement coaxial) d'un ensemble télescope-caméra. C'est pour contourner cette difficulté qu'a été conçu le "CIAXE", une version simplifiée du CIA (deux composants optiques seulement), complètement coaxiale, dont nous livrons ci-après la description.

2. Le principe optique

Le CIAXE repose sur un jeu de deux lentilles épaisses, taillées toutes les deux dans le même matériau optique, et dont les épaisseurs au centre sont identiques. Ces deux lentilles sont assemblées de manière coaxiale, avec une fine entretoise entre les deux, de manière à ménager une lame d'air d'épaisseur uniforme et calibrée. Cette couche d'air servira de lame séparatrice symétrique, pour diviser le faisceau incident en deux parties égales en énergie. L'utilisation d'un matériau à fort indice de réfraction, comme le *ZnSe*, permet de réaliser ainsi une séparatrice équilibrée sans aucun dépôt métallique. Par exemple, avec une épaisseur d'air de $0,55\ \mu\text{m}$, la séparatrice sera équilibrée (efficacité *4RT* supérieure à 0,9) entre $1,46\ \mu\text{m}$ et $4,26\ \mu\text{m}$ pour des incidences inférieures à 3° , toutes polarisations confondues. L'égalité des épaisseurs au centre des deux lentilles garantit que les longueurs des deux chemins optiques de l'interféromètre soient identiques par construction, pour toute longueur d'onde, malgré la dispersion du matériau. Aucun réglage fastidieux et instable de la différence de marche ne sera donc nécessaire.

La combinaison optique est décrite en Figure 1. Par souci de clarté, la séparatrice M_2 entre les deux lentilles y est représentée comme un simple trait tireté épais, bien qu'elle soit en réalité constituée par deux surfaces de même rayon de courbure R_2 , séparées par une fine lame d'air d'épaisseur calibrée. La surface optique M_1 sera traitée de manière à être totalement réfléchissante (trait continu fort sur la figure 1), sauf sur une petite surface circulaire de diamètre d_1 , centrée sur le sommet S_1 , qui servira de diaphragme de champ (trait continu fin sur la figure 1). Il en sera de même pour la surface optique M_3 , qui portera l'ouverture de sortie de diamètre d_3 , centrée sur S_3 . Ces deux zones pourront éventuellement être traitées anti-reflet.

Le CIAXE doit être installé dans le plan focal d'un télescope dont la pupille, avec son obstruction centrale, doit posséder la symétrie centrale autour de l'axe optique du télescope². Le CIAXE sera installé de façon à ce que le faisceau délivré par le télescope pour une étoile sur l'axe converge en S_1 , le centre de l'ouverture d'entrée. Ce

² En cas de pupille d'entrée non symétrique, un masque symétrisant doit être introduit dans un plan pupille intermédiaire.

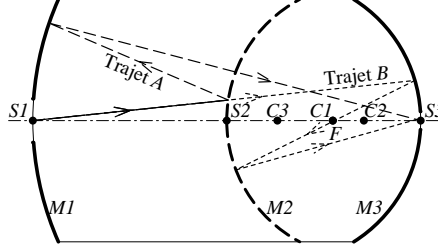


FIG. 1. Le principe optique du CIAXE. Les surfaces traitées réfléchissantes sont en trait fort continu. la surface séparatrice semi-réfléchissante est en trait tireté fort. Le rayon A, en trait tireté fin, est réfléchi par M_2 , et atteint l'ouverture de sortie S_3 , sans passer par un point focal réel. Le rayon B, en trait pointillé fin, est transmis par M_2 , et passe par le point focal F avant d'atteindre l'ouverture de sortie.

faisceau atteint ensuite la surface séparatrice, qui le sépare en un faisceau réfléchi (trajet A ; en trait tireté fin sur la figure 1), et un faisceau transmis (trajet B ; en trait pointillé fin sur la figure 1).

Le faisceau réfléchi A atteint en suite la surface M_1 , qui le réfléchit vers S_3 , le centre de l'ouverture de sortie, au sommet de la surface M_3 . Au passage, ce faisceau traverse la séparatrice M_2 , ce qui donne lieu à une onde réfléchie secondaire que l'on étudiera en Section 4.

Le faisceau transmis B atteint la surface M_3 , qui le réfléchit et le fait converger sur un point focal réel F . Au delà de F , le faisceau diverge vers la surface séparatrice M_2 , qui le réfléchit vers S_3 . Ce passage sur M_2 crée également une onde transmise secondaire que l'on étudiera aussi en Section 4.

Les deux faisceaux ont subi une réflexion et une transmission sur la surface séparatrice M_2 . Le faisceau B a subi une symétrie centrale de sa pupille (grandissement angulaire opposé à celui du faisceau A) et un passage par le point focal réel F , qui impose à son amplitude un déphasage achromatique de π [5,6]. Le faisceau A échappe à ces deux effets. De ce fait, si les longueurs des deux trajets optiques sont égales et si la pupille a bien la symétrie axiale, la lumière d'une source située sur l'axe du CIAXE est complètement éteinte en sortie, au moins pour un dispositif idéalement réalisé, pour une onde incidente parfaite (absence d'aberrations impaires d'origine atmosphérique ou instrumentale), et dans la limite de l'optique géométrique paraxiale (faibles angles d'ouverture).

En revanche, pour une source située hors de l'axe, la surface d'onde produite est inclinée, et donc non invariante par la symétrie centrale. L'annulation interférométrique ne se produit plus, et les deux images issues des trajets A et B ne se superposent plus. Elles donnent deux images symétriques de part et d'autre de l'axe, comme dans le cas du CIA classique. L'effet coronographique résulte de l'annulation (ou atténuation) sélective de la lumière de la source située sur l'axe, mais pas des sources hors axe.

Sous les conditions mentionnées ci-dessus, le fonctionnement interférométrique du CIAXE est identique à celui d'un CIA classique, et les évaluations théoriques de performance établies pour ce dernier [3,4], restent valides.

3. Les dimensions du dispositif

Les dimensions à fixer sont l'épaisseur commune e des deux lentilles, les trois rayons de courbure R_1 , R_2 et R_3 , le diamètre D de l'ensemble, ainsi que les diamètres d_1 et d_3 des ouvertures d'entrée et de sortie. L'épaisseur de la lame d'air servant de séparatrice semi-réfléchissante fait l'objet d'un calcul usuel d'optique des couches minces, qui ne sera pas évoqué ici.

Si l'on suppose connue l'épaisseur commune e des deux lentilles, alors les rayons de courbure R_1 , R_2 et R_3 des trois surfaces sphériques³ sont complètement déterminés par les trois contraintes ci-dessous :

- S_3 doit être le point conjugué de S_1 selon le trajet optique A.
- S_3 doit être le point conjugué de S_1 selon le trajet optique B.
- Le grandissement angulaire global Γ_A pour le faisceau A doit être l'opposé du grandissement angulaire global Γ_B pour le faisceau B.

Ce problème possède une solution unique (à une symétrie près) :

$$R_1 = e \frac{4}{4 - \sqrt{2}}, \quad R_2 = e \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad R_3 = e \frac{-4}{4 + \sqrt{2}}, \quad (1)$$

³ Pour des performances optimales, la surface M_3 doit être en fait légèrement asphérique, avec un coefficient de conicité de 0,6.

où e est l'épaisseur commune des deux lentilles.

Il est important de noter que l'image (virtuelle) de S_1 par réflexion sur M_2 coïncide avec C_3 , le centre de courbure de la surface M_3 . De même, le point focal réel F , qui n'est autre que l'image réelle de S_1 par réflexion sur M_3 , coïncide avec C_1 , le centre de courbure de la surface M_1 .

Le diamètre externe D du CIAXE est fixé en fonction de l'épaisseur e par le rapport d'ouverture du télescope collecteur. En effet, pour que les divers faisceaux lumineux ne subissent aucun vignetage à l'intérieur de l'optique du CIAXE, le rapport D/e doit vérifier :

$$\frac{D}{e} > \frac{\Theta}{n(\lambda)} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}, \quad (2)$$

où Θ est le rapport d'ouverture du télescope (supposé petit), et $n(\lambda)$ est l'indice du matériau optique constituant le CIAXE. En pratique, cette inégalité est peu contraignante, et ce sont des considérations techniques liées à la technique d'usinage qui fixent le choix de D .

Les diamètres des ouvertures d'entrée et de sortie sont fixés en fonction de l'épaisseur e par la contrainte que l'une doit être l'image de l'autre par le système complet, et que les deux soient dans l'ombre portée de l'obstruction centrale du télescope. Ceci impose que :

$$\frac{d_3}{e} < \frac{2\theta}{n(\lambda)} \quad \text{et} \quad d_1 = \frac{d_3}{(\sqrt{2}-1)}, \quad (3)$$

où θ est le rapport "d'ouverture" (diamètre sur focale) associé à l'obstruction centrale du télescope. Afin de limiter les effets de diffraction, non pris en compte ici, on choisira d_3 de manière à vérifier largement cette inégalité.

Enfin, l'épaisseur commune e , seul paramètre restant, est déterminée de manière à ce que le diamètre d_1 de l'ouverture d'entrée délimite un champ stellaire de taille convenable à fixer.

4. Les réflexions secondaires

Du seul point de vue de l'optique géométrique, les deux trajets A et B ne sont pas les seuls possibles, puisque chaque passage par la séparatrice M_2 engendre un sous-faisceau transmis et un sous-faisceau réfléchi. Il s'en suit une arborescence infinie de trajets possibles. Par exemple, lorsque le faisceau qui suit le trajet A aborde pour la *seconde* fois la séparatrice M_2 , il se divise en deux sous-faisceaux :

- un sous-faisceau transmis qui emprunte donc la suite du trajet A ,
- un sous-faisceau réfléchi qui emprunte ensuite le trajet alternatif A' (voir Figure 2-a). Ce sous-faisceau correspond à une onde sphérique qui diverge en direction du miroir M_1 , en semblant provenir du point C_1 , centre de courbure de M_1 .

De même, lorsque le faisceau qui suit la trajectoire B aborde pour la *seconde* fois la séparatrice M_2 , il se divise lui aussi en deux sous-faisceaux :

- un sous-faisceau réfléchi qui emprunte donc la suite du trajet B ,
- un sous-faisceau transmis qui emprunte ensuite le trajet alternatif B' (voir Figure 2-b). Ce sous-faisceau correspond aussi à une onde sphérique qui diverge en semblant provenir du point C_1 .

On va montrer⁴ que pour un objet non résolu situé sur l'axe du coronographe, la totalité de l'énergie incidente est renvoyée vers l'entrée, au moins dans l'approximation de l'optique géométrique. Cela garantit, par conservation de l'énergie, que les autres niveaux de l'arborescence des sous faisceaux, qui existent formellement du point de vue géométrique, ne transportent aucune énergie vers l'ouverture de sortie.

Convenons d'appeler $r = \sqrt{R}e^{i\rho}$ et $t = \sqrt{T}e^{i\tau}$ les coefficients de réflexion et de transmission de la séparatrice M_2 pour l'amplitude du champ. Cette séparatrice étant supposée symétrique et non absorbante, les modules et arguments des coefficients de réflexion et de transmission doivent vérifier [7] :

$$R + T = 1 \quad \text{et} \quad \rho - \tau = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad (4)$$

où k est un entier arbitraire.

Pour une amplitude incidente égale à l'unité, l'onde sphérique divergente issue du trajet A' porte une amplitude r^2 , et l'onde sphérique divergente issue du trajet B' porte une amplitude $-t^2$. Le signe négatif vient du déphasage

⁴ Pour un coronographe idéalement réalisé et pour un faisceau incident parfait.

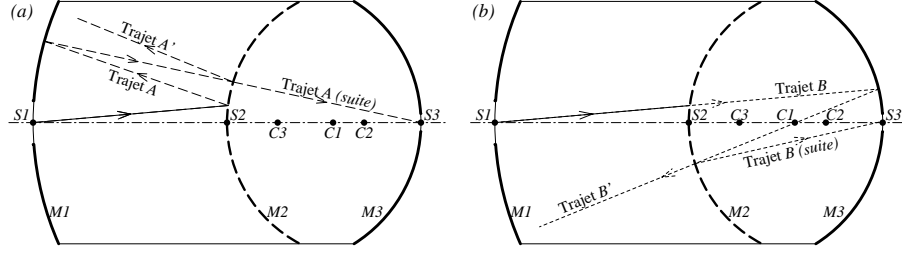


FIG. 2. Les trajets secondaires A' et B' . (a) : Au lieu d'être transmis par la séparatrice M_2 pour atteindre la sortie S_3 comme le rayon A , le rayon A' est réfléchi par M_2 . (b) : Au lieu d'être réfléchi par la séparatrice M_2 pour atteindre la sortie S_3 comme le rayon B , le rayon B' est transmis par M_2 .

de π par passage au point focal réel C_1 [5,6]. La somme de ces deux ondes est toujours une onde sphérique divergente, semblant provenir de C_1 , et qui porte une amplitude $r^2 - t^2$. Compte tenu des relations (4) sur les modules et arguments des coefficients r et t , cette somme vaut $e^{2i\rho}$, dont le module au carré vaut 1. En d'autres termes, cette onde sphérique porte la totalité de l'énergie incidente. De plus, le point d'origine (apparent) de cette onde étant le centre de courbure C_1 de la surface M_1 , ce dernier renvoie l'onde en question sur elle-même. Le principe du retour inverse de la lumière garantit alors que cette onde qui porte toute l'énergie incidente est renvoyée sur ses pas, c'est-à-dire vers l'entrée S_1 .

En conséquence, la lumière incidente venant d'une source non résolue située sur l'axe du dispositif est intégralement renvoyée vers l'entrée (du moins dans le cadre de l'optique géométrique paraxiale). Par conservation de l'énergie, aucune énergie n'atteint la sortie du dispositif.

Pour être précis, il faut incorporer au raisonnement ci-dessus le fait que les surfaces M_1 et M_3 ne sont réfléchissantes qu'à l'extérieur des ouvertures d'entrée et de sortie. Or, les diverses surfaces d'onde qui interviennent dans le problème sont limitées extérieurement par l'ouverture du télescope, et de plus "perforées" en leur centre par l'ombre portée de l'obstruction centrale du télescope (si l'on néglige la diffraction). Si les ouvertures d'entrée et de sortie ont des diamètres suffisamment faibles pour être dans l'ombre portée de cette obstruction centrale, leur présence ne modifie pas les conclusions du raisonnement énergétique ci-dessus.

5. Conclusion

La réalisation pratique de ce dispositif pose des problèmes de recherche et développement qui ne semblent pas insolubles. Un des modes de réalisation à l'étude est l'usinage au diamant sur un tour nanométrique, dont les performances affichées paraissent compatibles avec les tolérances exigées pour la réalisation. Le matériau optique pourrait être le $ZnSe$, matériau transparent de 0,5 μm à 20 μm , dont l'indice est voisin de $1 + \sqrt{2}$ en bande K , ce qui permet la réalisation d'une séparatrice équilibrée sans traitement. Les effets de chromatisme et de polarisation pour des incidences non nulles au niveau de la séparatrice restent minimes. La dégradation liée à ces seuls effets permet un taux de réjection supérieur à 10^5 entre 2 μm et 3 μm , pour un faisceau d'entrée ouvert à $F/15$.

Le dispositif présenté semble être une voie prometteuse pour disposer de moyens d'imagerie à haute dynamique par coronagraphie. Il allie les performances coronagraphiques du CIA classique (achromaticité, pas de discontinuité de la surface d'onde, visibilité de 50 % jusqu'à $1/3$ du rayon d'Airy; voir [4]), avec la facilité d'insertion et d'utilisation d'un système compact, coaxial et verrouillé en différence de marche.

Références

- [1] C. Roddier, F. Roddier, Stellar coronagraphy with phase mask, *PASP* **109** (1997) 815–820.
- [2] D. Rouan *et al.*, The four-quadrant phase-mask coronagraph. i. principe, *PASP* **112** (2000) 1479.
- [3] J. Gay, Y. Rabbia, Principe d'un coronographe interférentiel, *C.R. Acad. Sci. Paris II* **322** (1996) 265–271.
- [4] P. Baudoz *et al.*, Achromatic Interfero Coronagraphy I : Formalism and theoretical capabilities for ground-based observations, *Astr. Astroph. Suppl. Series* **141** (2000) 319–329.
- [5] L.G. Gouy, Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses, *C.R. Acad. Sci. Paris* **110** (1890) 1251–1253.
- [6] M. Born, E. Wolf, "Principles of Optics", 7th edition, Cambridge University Press, 1999 ; p. 499.
- [7] S.G. Lipson, H. Lipson, D.S. Tannhauser, "Optical Physics", 3rd edition, Cambridge University Press, 1995 ; p. 122.